Article de recherche Rev. Cong. Sci. Technol., Vol. 04, No. 01, pp. 16-20 (2025)

OPEN ACCESS

Revue Congolaise des Sciences & Technologies

ISSN : 2959-202X (Online); 2960-2629 (Print)

https://www.csnrdc.net/

REVUE CONGOLAISE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES

Modélisation mathématique d'un capteur solaire plan

[Mathematic Modelisation of a plane solar collector]

Mbaya Ilunga Edouard[1*] & Binda Sombani Mafille[2]

[1]*Institut Supérieur des Techniques Appliquées de Kinshasa, Kinshasa, République Démocratique du Congo*
[2]*Institut Supérieur Pédagogique de Kiri, Mayi Ndombe, République Démocratique du Congo*

Résumé

Nous avons présenté de manière scolastique le modèle mathématique de forme matricielle décrivant le comportement du capteur solaire plan en service, il sied de noter que le bon fonctionnement du capteur solaire plan dépend fortement des rayons solaires. C'est pourquoi, nous avons ici représenté la variation des températures T1 à T7 dans les segments I=1 à I=7. Pour ce faire, les appareils solarimetre et Dosimetre de rayonnement Mac Solar ont été exploités pour ressortir la dimension réelle de cette investigation scientifique.

Mots clés : transfert thermique, équation énergétique, rayonnement thermique, rendement thermique, bilan énergétique.

Abstract

The mathematical model in matrix form describing the behavior of the flat-plate solar collector in operation has been presented in a scholastic manner. It should be noted that the correct operation of the flat-plate solar collector is highly dependent on solar radiation. For this reason, we have represented the temperature variation T1 to T7 in the segments I=1 to I=7. The Mac Solar solarimeter and Mac Solar radiation dosimeter were used to bring out the real dimension of this scientific investigation.

Key words: heat transfer, energy equation, thermal radiation, thermal efficiency, energy balance.

1. Introduction

L'étude du captage à la transformation des rayons solaires aux autres formes d'énergies, fait l'objet de plusieurs questions, étant donné qu'ils se font à l'aide des collecteurs thermiques qui s'avèrent des systèmes dépendant fortement du seuil d'émission des rayons solaires qui doivent nécessairement être en interaction avec les capteurs solaires, constituant des systèmes permettant le captage et la transformation des énergies du rayonnement solaire en énergie thermique, départ son caractère sensible aux rayons incidents et réfléchis (Kapderou, 1988 ; Thompson, 1986). Les travaux de recherche ont démontré qu'il existe deux principaux types de capteurs solaires :

-Le capteur solaire plan ;

-Le capteur solaire concentrateur.

Le capteur solaire plan justifie le sens de cette investigation scientifique scientifique. De ce qui en résulte, la question de savoir pourquoi le modéliser mathématiquement savere importante, ne trouve de l'explication que dans la réponse studieuse reprise dans la revue des littératures motivant que le capteur solaire plan constitue le cœur du mécanisme de transformation de l'énergie transmise par le soleil en chaleur, compte tenu de ses constituants déterminant son focalisé à l'absorption du rayonnement solaire à l'aide d'une plaque noire (absorbeur) et munie des fines conduites destinées au fluide caloporteur (Azarul, 2005 ; Nguyen, 2007).

*Auteur correspondant: Mbaya Ilunga Edouard, (edombayagmail.com). Tél. : (+243) 823 046 722

https://orcid.org/0009-0001-7641-3149; Reçu le 03/12/2024; Révisé le 20/12/2024 ; Accepté le 31/01/2025

DOI: https://doi.org/10.59228/rcst.025.v4.i1.126

Copyright: ©2025 Mbaya & Binda. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License (CC-BY-NC-SA 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

Lorsqu'il traverse les conduites, sa température (liquide ou air) augmente, en raison de la chaleur reçue par la plaque absorbante. Il est composé d'une couverture transparente (polycarbonate, vitre), qui piège le rayonnement solaire thermique absorbé par la plaque noire qui chauffe les fluides caloporteurs à des températures inférieures à 100°C (Sacilik, 2006; Doymaz, 2004; Doymaz, 2005).

Les lois physiques, chimiques et bien d'autres théories mathématiques émises pour expliquer ces différentes théories se sont limitées qu'à la détermination de l'ensoleillement et de la vitesse de séchage suivant la composition, structure et propriétés des denrées alimentaires, alors que, la connaissance de la variation de la température à chaque nœuds des constituants du capteur solaire plan pour arriver à sécher les aliments porte un caractère essentielle. C'est pourquoi actuellement la recherche des modèles Physiques, chimiques et mathématiques exhaustives décrivant l'état fonctionnel du capteur solaire plan constitue un problème pendant en sciences.

Cette problématique est à la base de cet article qui s'inscrit dans l'objectif de contribuer à l'établissement d'un modèle mathématique claire qui puisse gouverner l'etat patique du Capteur solaire plan pour faciliter aux scientifiques intéressés par cette question, d'exploiter la procédure ayant concourue à son établissement afin d'atteindre les mêmes résultats.

2. Matériel et méthodes

Lorsqu'on parle du capteur solaire plan, on s'imagine un ensemble de composants réunis de manière à produire un travail. La méthode systémique et la méthode analytique ont permis de comprendre le comportement direct et indirect du capteur solaire plan une fois en interaction avec les rayons solaires. Les instruments de mesure de rayonnement solaire notamment le Solarimètre et Dosimètre de rayonnement Mac Solar ont été utilisés pour ressortir le lien entre la théorie et la pratique en cette matière.

2.1. Modélisation mathématique du capteur solaire

Soit une conduite de longueur L traversée par la température Ta et Tb ci-dessous.

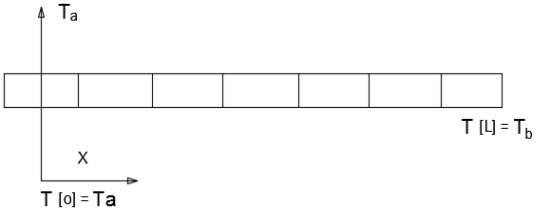

Figure 1 : longueur du capteur solaire.

La figure 1 nous montre la longueur de notre capteur plan au cours de laquelle la chaleur traverse la conduite du point Ta au point Tb.

2.2. Condition aux limites

-Température d'entrée (Ta) =0 ;

-Température de sortie(Tb) =L.

Ce problème exige l'exploitation de l'équation de diffusion à la dérivée partielle de forme hyperbolique que voici :

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \ (1)$$

Le capteur plan étant une boite constituée de plusieurs parties (Cui, 2004), nous allons le décomposer en plusieurs segments pour faciliter la lecture de la variation de température effectuée dans la figure 2 ci-dessous.

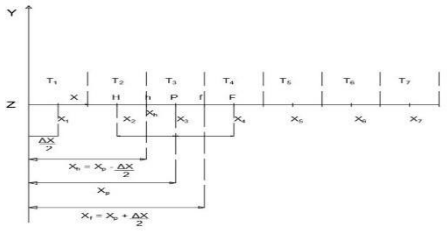

Figure 2. Segmentation du capteur plan

La figure 2 illustre la segmentation de la longueur en vue de bien différencier la température à chaque point de notre capteur plan.

Après dopage, la figure 2, présente le schéma de la variation de la température suivant l'axe de y, x, z à travers la figure 3.

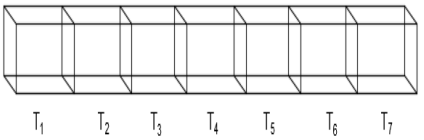

Figure 3 : Schéma systématique de la variation de la température.

La figure 3 représente la variation de la température dans le système selon l'axe de x, y, et z.

Parce qu'il s'agit de la température qui agit sur les axes, l'exploitation de l'équation différentielle sur un élément volumique ΔVi est indispensable. Ce qui fait que l'intégration de l'élément A dans chaque volume de contrôle, suivant la figure 4 ci-dessous.

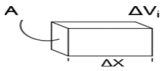

Figure 4. Segment d'intégration

La figure 4 indique le segment d'intégration de l'élément volumique ΔVi.

Donc :

$$\int_{\Delta Vi} \frac{d^2t}{dx^2} dV = 2$$

Or : $dV = Adx$ et $\Delta V = A\Delta x$

Faisant recours au théorème d'Ostrogradski on aura :

$$\int_{X_h}^{X_f} \frac{d^2T}{dx^2} Adx = 0 \qquad (3) \qquad \int_{X_h}^{X_f} \frac{d^2T}{dx^2} Adx$$

$$A.\left[\left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_f} - \left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_h}\right] = 0 \qquad (5)$$

$$Posons : \quad \left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_f} = 0$$

$$On\ a : \quad -\left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_h} = 0 \qquad (6)$$

Après développement on obtient la figure 5.

.

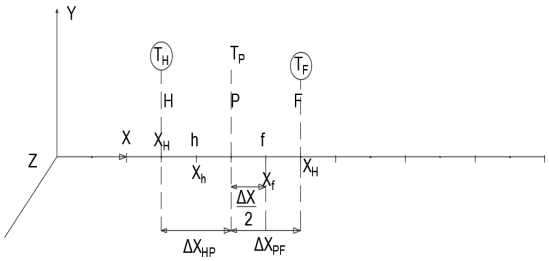

Figure 5. Variation de la température

La figure 5 illustre la variation de la température sur une distance après intégration dans chaque partie du volume.

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_h} \sim \left(\frac{T_p - T_h}{\Delta X_{hp}}\right) \qquad (7)$$

et

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_f} \sim \left(\frac{T_f - T_p}{\Delta X_{pf}}\right) \qquad (8)$$

La septième (7) expression égale à la huitième expression (8) et la discrétisation uniforme de $\Delta X = \Delta Xhp = \Delta Xpf$.

On obtient :

$$(T_p - T_h)\text{-}(T_f - T_p) \sim 0 \qquad (9)$$

$$\Leftrightarrow T_f - 2T_p + T_h 0 \qquad (10)$$

Connaissant les indices de chaque nœud du système ;

L'équation 9 devient :

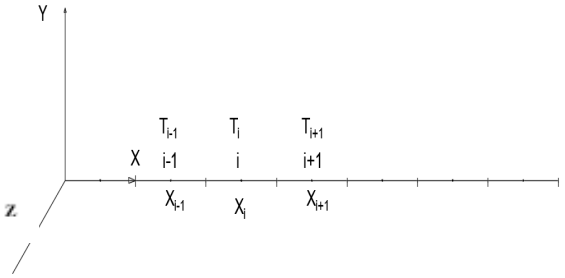

Figure 6. Variation de la température par segment.

La figure 6 indique la variation de la température par segment du capteur plan. Ce qui donne lieu à l'équation 11.

$$+T_{i-1} = 0 \qquad (11)$$

2.3. Condition aux limites

$$i = 1 \qquad T_2 - 2T_1 + T_0 = 0$$

$$i = 7 \qquad T_8 - 2T_7 + T_6 = 0 \qquad (12)$$

Considérons l'illustration de la figure 7.

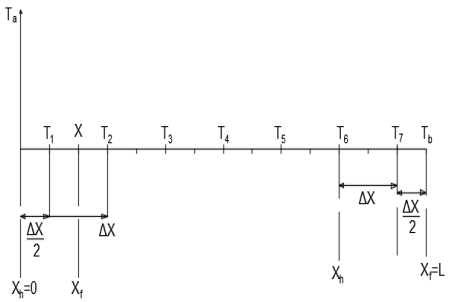

Figure 7. Variation de la température en fonction de la longueur.

La Figure 7 présente la variation de la température en fonction de la longueur. La longueur étant segmentée en plusieurs parties, l'analyse de chaque nœud devient importante.

2.4. Equation des nœuds

- Au premier nœud :

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_1} - \left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_2} = 0 \qquad (13)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{T_2 - T_1}{\Delta x}\right) - \left(\frac{T_1 - T_a}{\frac{\Delta x}{2}}\right) = 0 \qquad (14)$$

$$\Leftrightarrow T_2 - 3T_1 = -2T_a$$

- Au deuxième nœud

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_2} - \left(\frac{dT}{dx}\right)_{X_h} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{T_b - T_7}{\frac{\Delta x}{2}}\right) - \left(\frac{T_7 - T_6}{\frac{\Delta x}{2}}\right) = 0 \qquad (16) \Leftrightarrow T_6 - 3T_7 = -2T_b$$

Les équations sorties de l'étude de ces deux nœuds, permettent la formation du système d'équation de notre capteur plan.

2.5. Formation du système d'équation

Système final

$i = 1$ $\qquad T_2 - 3T_1 = -2T_a$

$i = 2$ à 6 $\qquad T_{i+1} - 2T_i + T_i - 1 = 0$

(18)

$i = 7$ $\qquad T_6 - 3T_7 = -2T_b$

Ainsi pour chaque nœud I, la variation de la température T sera :

$i = 1$ $\qquad T_2 - 3T_1 = -2T_a$

$i = 2$ $\qquad T_3 - 2T_2 + T_1 = 0$

$i = 3$ $\qquad T_4 - 2T_3 + T_2 = 0$

$i = 4$ $\qquad T_5 - 2T_4 + T_3 = 0$

(19)

$i = 5$ $\qquad T_6 - 2T_5 + T_4 = 0$

$i = 6$ $\qquad T_7 - 2T_6 + T_5 = 0$

$i = 7$ $\qquad T_6 - 3T_7 = -2T_b$

Sur le plan Physique, les I et T représentent :

T : Température au sein du capteur plan ;

$i = 1$: Surface intérieur du vitre ;

$i = 2$: Surface extérieur de la vitre ;

$i = 3$: Surface extérieur de la plaque noire ;

$i = 4$: Surface intérieur de la plaque noire ;

$i = 5$: Surface intérieur de l'isolant ;

$i = 6$: Surface extérieur de l'isolant ;

$i = 7$: Surface extérieur de la couverture du capteur plan.

Ce qui fait qu'on a :

$$\begin{cases} T_2 - 3T_1 = -2T_a \\ T_3 - 2T_2 + T_1 = 0 \\ T_4 - 2T_3 + T_2 = 0 \\ T_5 - 2T_4 + T_3 = 0 \\ T_6 - 2T_5 + T_4 = 0 \\ T_7 - 2T_6 + T_5 = 0 \\ T_6 - 3T_7 = -2T_b \end{cases} \qquad (20)$$

3. Résultats

Après développement on obtient le système d'équation 21 ci-dessous.

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ T_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2T_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2T_b \end{pmatrix} \qquad (21)$$

L'équation 21 est le modèle mathématique qui gouverne notre système. Ce modèle démontre la variation de la température à chaque nœud I représentant les différents composants du capteur plan explicité à la légende de l'expression 19 de cette investigation scientifique.

4. Discussion

La modélisation mathématique d'un capteur solaire plan que nous avons abordé a résolu un problème essentiel de la société en prenant en compte les modèles trouvés par d'autres chercheurs notamment : le modèle PERRIN DE BRICHAMBAUT (Boughali, 2010) qui relève que le rayonnement solaire peut être estimé par le modèle qui emploi le facteur de trouble total de Linke T et celui de modèle de Gladius (Ben, 1999) qui compare la quantité d'énergie captée par le capteur solaire plan sous diverses inclinaisons.

Notre modèle mathématique rapproche ceux de deux auteurs cités ci haut, étant donné qu'il démontre le seuil de la variation de la température à chaque segment (nœud) du capteur solaire plan.

5. Conclusion

Cette étude scientifique qui a ressorti à la vue fonctionnelle les composants du capteur solaire plan, a facilité l'établissement d'un modèle mathématique expérimental permettant sa gouvernance. Ce modèle qui constitue le processus de réplique du comportement du système autant des fois qu'on le voudra, sa mise en œuvre est passée par la considération et le développement des équations différentielles en recourant aux équations de transfert

pour dégager la quantité de chaleur permettant le séchage des denrées alimentaires.

Remerciement

Au terme de cette recherche sur la modélisation mathématique d'un capteur solaire plan, nos remerciements s'adressent à toutes les personnes qui ont participé à sa réalisation.

Références bibliographiques

Azarul, M.K. & Hawlader, M.N.A. (2005). Mathematical modeling and experimental investigation of tropical fruits drying. *International Journal of Head and MassTransfer*,48, 4914-4925.

Ben Mabrouk, S. (1999). *Etude des transferts simultanés de chaleur et de masse dans les milieux poreux : Modélisation des phénomènes de séchage* [Thèse de doctorat, Faculté des sciences de Tunis El Manar University].

Boughali, S. (2010). *Etude et optimisation du séchage solaire des produits agro-alimentaires dans les zones arides et désertiques* [Thèse de Doctorat, Université Hadj Lakhdar Batna].

Cui, Z.W., Shi-ying Xu, & Da-Wen Sun, Z.W. (2004). Effet of microwave vacuum drying on the carotenoids retention of carrot slices and chlorophyll retention of chineses chives leaves. *Drying Technology*, 22(3), 563-575.

Doymaz, I. (2005). Sun drying of figs an experimental study. *Journal of food Engineering*, 71, 403-407.

Doymaz, I. (2004). Convective air drying characteristics of thin layer carrots. *Journal of food Engineering*, 61, 359-364.

Kapderou, M. (1988). *Atlas solaire de l'Algérie tome 1 modèles théorique et expérimentaux-volume 2*.

Nguyen, M.H., & Price, W,E. (2007). Air drying of bananas influences experimental parameters, stab thickness, banana naturing and harvesting season. *Journal of food Engineering*,79, 200-2007.

Sacilik. A.K., & Elicin (2006). The thin layer drying characteristics of organic apple slices. *Journal of food Engineering*,73,281-289.

Thompson, T. L., Peart, R. M., & Foster, G. H. (1986). Mathematical simulation of corn drying a new model transaction of the American Society of Agricultural Engineers. *Advances in Chemical Engineering and Science*, 11, 582-586.